

Phase-Locking mit feuernenden neuronalen Netzen

Projektpraktikum von Juni bis September 2012

Praktikumsbericht von Anne-Christine Scherzer

Arbeitsgruppe Electronic Vision(s)

Kirchhoff-Institut für Physik

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

1 Motivation

Ziel dieses Praktikums ist es, ein neuronales Netzwerk aus einer Veröffentlichung von Gerstner et. al, 1996 [1] mittels pyNN zu implementieren und mit NEST zu simulieren, um es in einer anschließenden Bachelorarbeit auf den Spikey Chip zu übertragen.

In [1] wurde am Beispiel der Schleiereule untersucht, welche Prozesse es ermöglichen, akustische Signale im Bereich einiger Mikrosekunden mit Neuronen weiterzuverarbeiten, die mindestens eine Größenordnung langsamer reagieren. Der wichtigste Prozess hierfür ist eine Synchronisation des Feuerverhaltens der beteiligten Neuronen mit einer bestimmten Phase des Eingangssignals (Phase-Locking).

2 Modellbeschreibung

Im Folgenden wird eine Population von präsynaptischen Neuronen betrachtet, die von einem Eingangssignal stimuliert wird und wiederum ein postsynaptisches Neuron anregt. Das Eingangssignal ist dabei mit einer Frequenz f moduliert, die aus dem Frequenzspektrum eines akustischen Signals herausgegriffen wurde. Es wird davon ausgegangen, dass schon eine gewisse Signalverarbeitung stattgefunden hat und die präsynaptischen Neuronen jeweils bevorzugt zu einer bestimmten Phase des Eingangssignals feuern. Das heißt, sie weisen ein periodisches Feuerverhalten auf.

Um das postsynaptische Neuron auf diese bevorzugte Phase zu trainieren, wird eine Hebb'sche Lernregel angewandt. Die Qualität der Synchronisation der Feuerzeiten des postsynaptischen Neurons mit einer bevorzugten Phase wird dabei durch die *Vector Strength* bestimmt.

Die für das Lernen verwendeten Parameter werden anschließend auf die Eigenschaften der Hardware angepasst, auf die das Modell übertragen werden soll. Für alle Neuronen wird dabei ein konduktanzbasiertes Integrate-and-Fire-Neuronenmodell verwendet.

Präsynaptische Neuronen

Präsynaptische Neuronen feuern periodisch mit der Frequenz des Eingangssignals, jeweils bevorzugt zu einer bestimmten Phase φ_n , wobei n die jeweilige Neuronennummer ist. Die Feuerzeiten jedes einzelnen Neurons sind dabei gaußförmig verteilt um seine Vorzugsphase mit Mittelwert φ_n und Standardabweichung σ_φ . Die Gaußverteilung ist auf den $1\text{-}\sigma$ -Bereich beschränkt, so dass die maximale Abweichung der Feuerzeit eines Neurons von φ_n gerade σ_φ beträgt. An [1] angelehnt wird $\sigma_\varphi = \frac{1}{5}T$ mit einer Periodendauer T des Eingangssignals festgelegt.

In Abb. 1 sind 10 solcher Neuronen abgebildet, die in diesem Fall alle zur gleichen Phase φ_{ges} , dem Maximum des sinusförmigen Eingangssignals bei $\frac{\pi}{4}T$, $\frac{5\pi}{4}T$ usw., feuern sollen. Da die mittlere Feuerrate der präsynaptischen Neuronen deutlich geringer sein soll als die Frequenz $1/T$ des Eingangssignals, wird jedem Neuron eine gewisse Feuerwahrscheinlichkeit P_{spike} zugeordnet, in diesem Fall als Beispiel $P_{spike} = \frac{1}{2}$. Im Schnitt feuert also jedes Neuron nur zu jeder zweiten Periode des Eingangssignals. In Abb. 1 ist dementsprechend zu sehen dass nicht jedes Neuron zu jeder Periode feuert und dass die Feuerzeit der Neuronen um φ_{ges} schwankt.

Für den Lernprozess wird eine Population von 256 präsynaptischen Neuronen wie oben beschrieben verwendet. Allerdings werden nicht alle Neuronen zur gleichen Zeit vom Eingangssignal erreicht. Es werden vielmehr gaußverteilte Latenzen für die Transmission des akustischen Eingangssignals vom Ohr bis zu den präsynaptischen Neuronen zugrunde gelegt (Beispiel siehe Abb. 2). Aus der gaußförmigen Latenzverteilung resultiert damit eine gaußförmige Verteilung der Feuerzeiten der Population in jeder Periode. Diese wird hier durch eine Gaußverteilung der bevorzugten Phasen φ_n modelliert, die gleich der Verteilung der Latenzen ist.

Abb. 3 zeigt einen Rasterplot der Feuerzeiten solch einer Population, die auf einen Stimulus mit einer Frequenz von $f = 2000$ Hz trainiert ist. Die zugehörige Latenzverteilung ist in Abb. 2 zu sehen. Diese Verteilung entspricht der Distribution der Vorzugsphasen φ_n der einzelnen Neuronen.

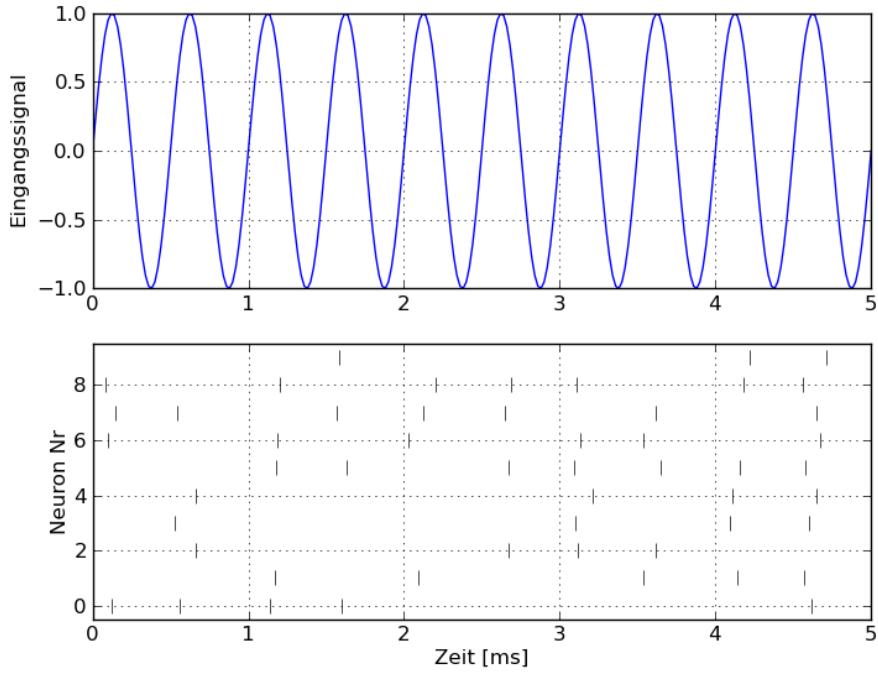


Abbildung 1: Oben: Eingangssignal mit $f = 2$ kHz bzw. $T = 0.5$ ms, Unten: 10 Neuronen, die mit einer Abweichung von maximal $\sigma_\varphi = 0.1$ ms um das Maximum des Eingangssignals herum feuern.

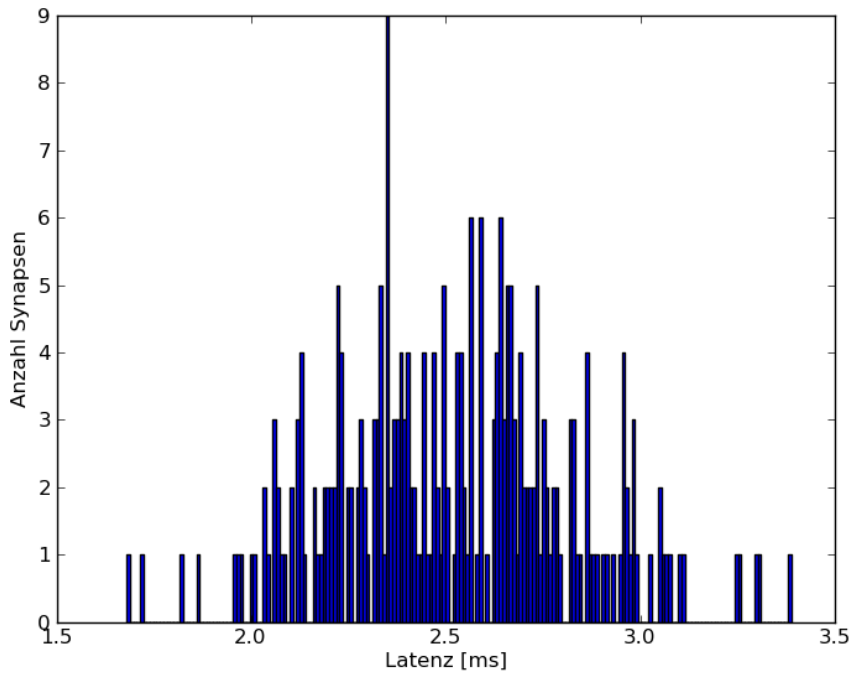


Abbildung 2: Latenzverteilung von 256 Neuronen vor dem Lernprozess mit Mittelwert $\mu = 2.5$ ms und einer Standardabweichung $\sigma_\mu = 0.3$ ms.

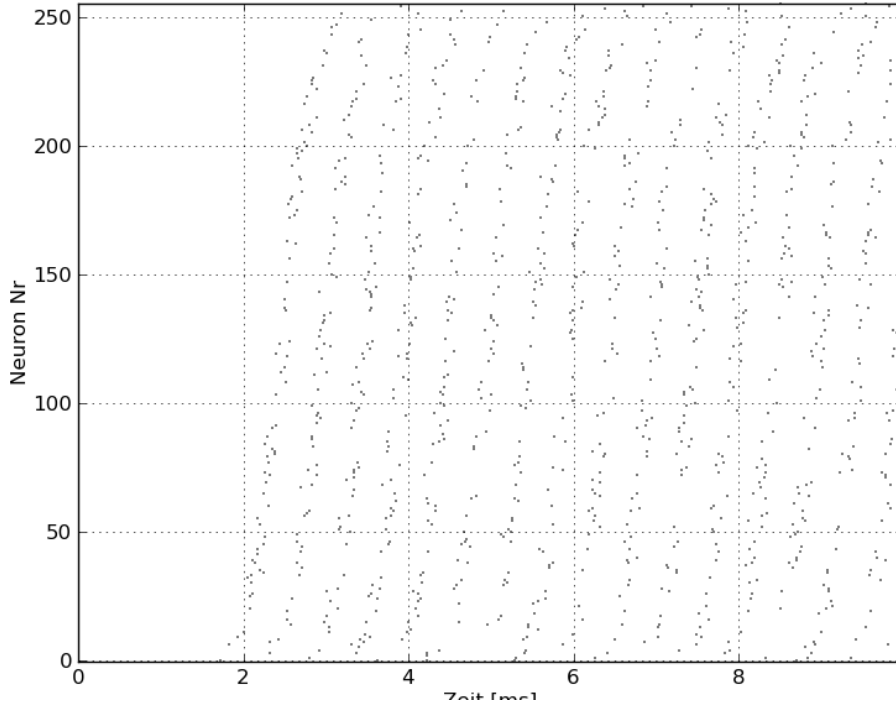


Abbildung 3: Population von 256 Neuronen die auf ein 2 kHz-Signal trainiert sind. Ihre Feuerzeiten sind gaußförmig verteilt und periodisch. In jeder Periode sind im Mittel 80 Synapsen aktiv.

Lernprozess

Beim Lernprozess soll erreicht werden, dass das postsynaptische Neuron ebenfalls periodisch zu einer bevorzugten Phase des Eingangssignals feuert (Phase-Locking). Alle 256 präsynaptischen Neuronen werden dazu mit dem postsynaptischen Neuron verbunden und eine Hebb'sche Lernregel angewandt. Die hier verwendete additive Lernregel aus [3] unterscheidet sich dabei von der in [1] verwendeten. Mit $s = t_{pre} - t_{post}$ als Zeit zwischen dem präsynaptischen (t_{pre}) und dem postsynaptischen Spike (t_{post}) gilt für das Lernfenster in [1]:

$$W(s) = \begin{cases} 0.3 \exp[(s + 0.05 \text{ ms})/0.5 \text{ ms}] & \text{für } s < -0.05 \text{ ms} \\ 0.5 \exp[-(s + 0.05 \text{ ms})/0.5 \text{ ms}] - 0.2 \exp[-(s + 0.05 \text{ ms})/5 \text{ ms}] & \text{für } s \geq -0.05 \text{ ms} \end{cases}$$

Da auf der Hardware nur Lernfenster der Form

$$W(s) = \begin{cases} A_+ \exp[s/\tau_+] & \text{für } s < 0 \\ -A_- \exp[-s/\tau_-] & \text{für } s \geq 0 \end{cases}$$

mit $\tau_+ = \tau_-$ möglich sind, wird für die Lernregel die Zeitkonstante aus der Lernkurve aus [1] für $s < -0.05 \text{ ms}$ übernommen, $\tau_+ = 0.5 \text{ ms}$, und $\tau_- = \tau_+ = 0.5 \text{ ms}$ gesetzt. Damit ist das verwendete Lernfenster gegenüber dem in [1] um 0.05 ms nach rechts verschoben und unterscheidet sich im Fall von $s \geq 0$ von dem in [1]. Ein Vergleich der beiden Lernfenster ist in Abb. 4 zu sehen. Während beim Lernfenster aus [1] auch Synapsen verstärkt werden, deren zugehörige präsynaptische Neuronen kurz nach dem postsynaptischen Neuron feuern (positiver Anteil der Kurve für $s > 0$, siehe gelbe Fläche in Abb. 4 wird das Gewicht solcher Synapsen mit dem hier verwendeten Lernfenster maximal verringert.

Da die Vorzugsphasen der präsynaptischen Neuronen gaußverteilt sind, werden besonders viele um den Mittelwert μ herum feuern. Damit ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass auch das postsynaptische Neuron um diese Phase μ herum genug Stimulus bekommt, um einen Spike auszulösen. Dabei werden

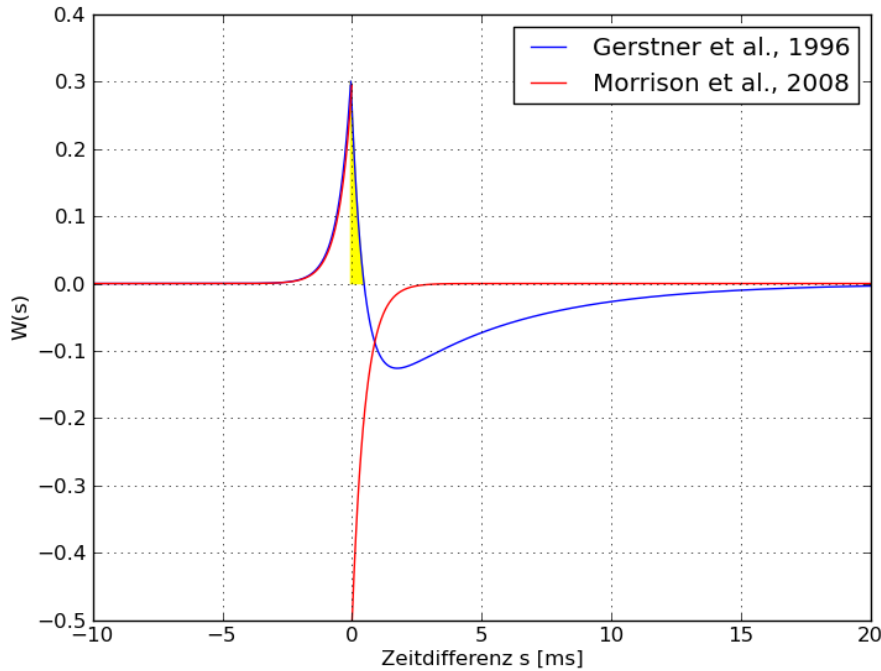


Abbildung 4: Vergleich des hier verwendeten Lernfensters aus [3] mit dem aus [1]. s ist hierbei die Zeitdifferenz zwischen prä- und postsynaptischem Spike, $W(s)$ die jeweilige Lernkurve. Im Lernfenster aus [1] werden auch Synapsen verstärkt, die kurz nach dem postsynaptischen Spike aktiv waren (gelb markierter Bereich).

die Synapsen verstärkt, die kurz vor dem postsynaptischen Spike aktiv waren und diejenigen, deren Latenzen ein Vielfaches einer Periodendauer T Abstand von μ haben, da sie zur gleichen Zeit gefeuert haben. Durch die Verstärkung haben diese Synapsen relativ zu den anderen größeren Einfluss auf das postsynaptische Neuron und es ist wahrscheinlich, dass das postsynaptische Neuron wieder um μ herum feuert, wodurch diese Synapsen weiter verstärkt werden.

Nach dem Lernen sind also die Synapsen mit Latenz μ bzw. $\mu \pm nT$ mit $n \in \mathbb{N}$ maximal verstärkt, während das Gewicht der übrigen Synapsen minimal ist. Ein Histogramm der Latenzverteilung der überlebenden Synapsen nach dem Lernen zeigt dann einzelne Spitzen im Abstand von jeweils einer Periodendauer des Eingangssignals. Das postsynaptische Neuron feuert periodisch zu der Phase, die den Latenzen der übriggebliebenen Synapsen entspricht (Phase-Locking). Als überlebende Synapsen werden dabei die Synapsen betrachtet, die nach dem Lernen ein höheres Gewicht als das Anfangsgewicht haben.

Vector Strength

Als Maß für die Qualität des Phase-Lockings wird im Folgenden die *Vector Strength* (VS) herangezogen. Diese Metrik gibt an, wie stark bei gemessenen Feuerzeiten eine gemeinsame Phase festgestellt werden kann. Sie kann Werte im Intervall $[0, 1]$ annehmen, wobei eine VS von 1 perfektes phaselocking bedeutet, das heißt alle Feuerzeiten sind modulo einer gewissen Zeitspanne gleich.

Definiert ist die VS v als

$$v = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

mit

$$X = \sum_{i=1}^N \cos(2\pi f t_i) \text{ und } Y = \sum_{i=1}^N \sin(2\pi f t_i)$$

wobei N der Anzahl der Spikes, t_i die Zeit des i -ten gemessenen Spikes des postsynaptischen Neurons und f die Frequenz des Eingangssignals ist.

3 Anpassung des Modells an die Hardware

Um die Ergebnisse auf die Hardware übertragen zu können, müssen für die Simulation gegenüber [1] einige Parameter verändert werden. Wie oben erwähnt muss das Lernfenster so verändert werden, dass die Zeitkonstanten τ_+ und τ_- gleich sind. Außerdem muss die Anzahl der Synapsen des Netzwerkes eingeschränkt werden. Aufgrund dessen können die synaptischen Gewichte am Anfang der Simulation nicht aus [1] übernommen werden und müssen ebenfalls angepasst werden; in diesem Zuge werden auch die Auswirkungen von zu hohen oder zu niedrigen synaptischen Anfangsgewichten untersucht.

Anzahl der Synapsen

Durch die Eigenschaften der Hardware, auf die die Ergebnisse später übertragen werden sollen, ist die Synapsenzahl beschränkt. Daher werden hier statt 600 in [1] 256 präsynaptische Neuronen verwendet, die ein postsynaptisches Neuron stimulieren.

In [1] wird beschrieben, dass bei 5000 Hz Eingangsfrequenz die präsynaptischen Neuronen nur eine mittlere Feuerrate von etwa 667 Hz aufweisen, also von 600 Synapsen nur etwa jede 8. Synapse in einer Periode des Eingangssignals aktiv ist. Das entspricht grob 80 aktiven Synapsen pro Periode.

Um eine vergleichbare Eingangsfeuerrate am postsynaptischen Neuron zu erreichen, wird die Feuerwahrscheinlichkeit P_{spike} der präsynaptischen Neuronen daher so gewählt, dass im Schnitt auch bei 256 Synapsen pro Periode des Eingangssignals etwa 80 Synapsen aktiv sind, also $P_{spike} = 80/256 \approx 0.31$.

Anpassung der Anfangsgewichte

Alle Synapsen besitzen im Ausgangszustand das gleiche Gewicht w_{start} , welches auf die verringerte Synapsenzahl angepasst werden muss. Zu diesem Zweck sollen für die untersuchten Frequenzen des Eingangssignals 800 Hz, 1 kHz und 2 kHz passende Werte für die w_{start} mit Hilfe einer Intervallschachtelung bestimmt werden.

Kriterien sind dabei zum einen, dass eine gewisse Mindestfeuerrate R_{min} nicht unterschritten werden darf. Zu wenige Spikes können zwar in eine hohe VS resultieren, die aber nicht aussagekräftig ist, da zu wenig Statistik vorliegt und einzelne Spikes starken Einfluss auf den Betrag der VS haben können.

Zum anderen wird die maximale Feuerrate R_{max} vorgegeben, um zu vermeiden, dass die Startgewichte in einem Wertebereich gesucht werden, in dem das postsynaptische Neuron mehrmals pro Phase feuert und so das Lernen erschwert wird.

In dem Bereich erlaubter Feuerraten soll dann der Wert w_{start} gefunden werden, für den die maximale VS und damit das beste Phase-Locking erreicht werden kann.

Bei der Intervallschachtelung wird zunächst der Bereich für w_{start} bestimmt, in dem die mittlere Feuerrate R zwischen der gewünschten Mindestfeuerrate R_{min} und Maximalfeuerrate R_{max} liegt. Dabei wird ausgehend von einem Startintervall $I_0 = [w_{min_0}, w_{max_0}]$ der mögliche Wertebereich für das Startgewicht durch Auswahl immer kleinerer Teilintervalle $I_i = [w_{min_i}, w_{max_i}] \subset I_0$, $i \in \mathbb{N}$ immer weiter eingeschränkt.

Um die Grenzen für das nächste Intervall I_{i+1} zu bestimmen, wird das Intervall I_i in 5 Schritte w_n ($n = 1, \dots, 5$) geteilt. Für jedes w_n werden 3 Simulationen durchgeführt, deren Ergebnisse für die mittlere Feuerrate R und die Vector Strength v gemittelt werden zu $\bar{R}(w_n)$ und $\bar{v}(w_n)$. Das neue Startintervall $I_{i+1} = [w_{min_{i+1}}, w_{max_{i+1}}]$ wird dann bestimmt, indem über die w_n iteriert wird und die neuen Intervallgrenzen festgelegt werden als

$$w_{min_{i+1}} = \begin{cases} w_{n-1}, & \text{wenn } R(w_n) \geq R_{min} \text{ und } R(w_{n-1}) < R_{min} \\ w_{min_i}, & \text{wenn } R(w_{min_i}) \geq R_{min} \end{cases}$$

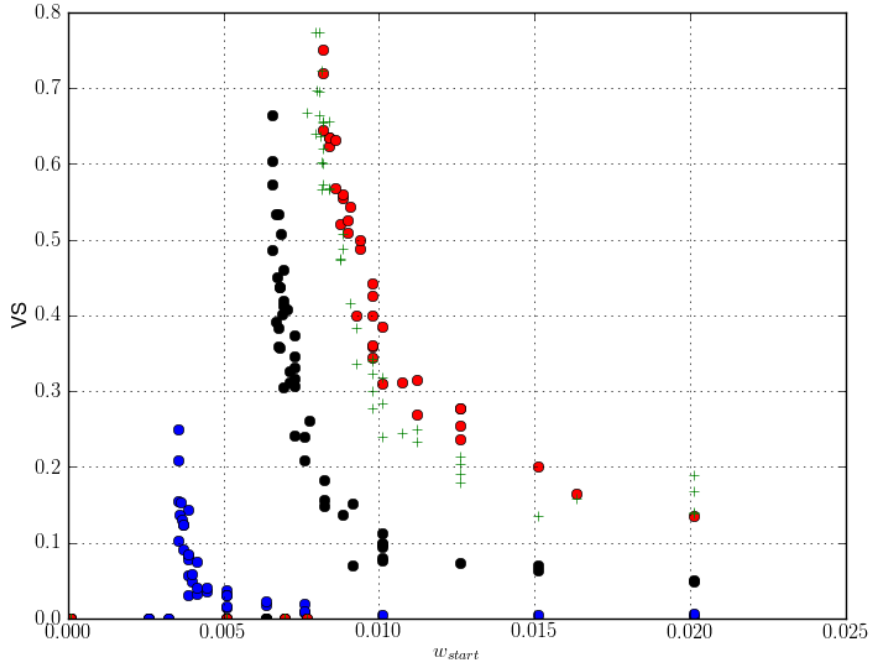


Abbildung 5: VS in Abhängigkeit von w_{start} für 800 Hz (rot), 1000 Hz (schwarz) und 2000 Hz (blau) bei 256 Synapsen, 800 Hz bei 600 Synapsen (grün). Die Simulationszeit beträgt jeweils 10 s.

$$w_{max_{i+1}} = \begin{cases} w_{n+1}, & \text{wenn } R(w_n) \geq R_{max} \text{ und } R(w_{n-1}) < R_{max} \\ w_{max_i}, & \text{wenn } R(w_{max_i}) < R_{max} \end{cases}$$

Zusätzliche Bedingung ist, dass bei erlaubten Werten mindestens eine VS von 0.10 erreicht worden sein muss.

Gilt für ein bestimmtes Intervall I_{i^*} dass $I_{i^*+1} = I_{i^*}$, so liegen alle gemessenen Feuerraten im erlaubten Bereich, da anhand der Feuerrate keine weitere Selektion mehr stattgefunden hat.

Für die folgenden Intervalle wird die VS als Auswahlkriterium für die neuen Intervallgrenzen hinzugezogen. Mit I_j ($j = i^*, i^* + 1, i^* + 2 \dots$) als Startintervall gilt für das nächste Intervall $I_{j+1} = [w_{min_{j+1}}, w_{max_{j+1}}]$, wenn bei einem Wert w_n das höchste $\bar{v}(w_n)$ in I_j erreicht wurde:

$$w_{min_{j+1}} = \begin{cases} w_{n-1}, & \text{wenn } w_n \neq w_{min_j} \\ w_n & \text{sonst} \end{cases}$$

$$w_{max_{j+1}} = \begin{cases} w_{n+1}, & \text{wenn } w_n \neq w_{max_j} \\ w_n & \text{sonst} \end{cases}$$

Auf diese Weise wird der Bereich um den Wert w_{start} , bei dem der höchste VS-Wert erreicht wird immer genauer abgefahren. Die Intervallschachtelung wird beendet, wenn die Differenz zwischen den Intervallgrenzen weniger als 0.0001 beträgt.

In Abb. 5 sind die Ergebnisse für die besten w_{start} -Werte bei 800, 1000 und 2000 Hz und 256 Synapsen zu sehen. Aufgetragen ist dabei die VS über dem jeweiligen Gewicht für jeden betrachteten Wert w_n in der Intervallschachtelung, dem Maximum der Kurve ist dann jeweils das gewünschte Gewicht w_{start} zugeordnet. Aus den Ergebnissen werden die in Tab. 1 aufgelisteten Werte bestimmt und im Folgenden verwendet. Zum Vergleich ist außerdem eine Kurve für 800 Hz und 600 Synapsen eingetragen. Da bei beiden Synapsenzahlen jeweils 80 aktive Synapsen pro Periode vorausgesetzt sind,

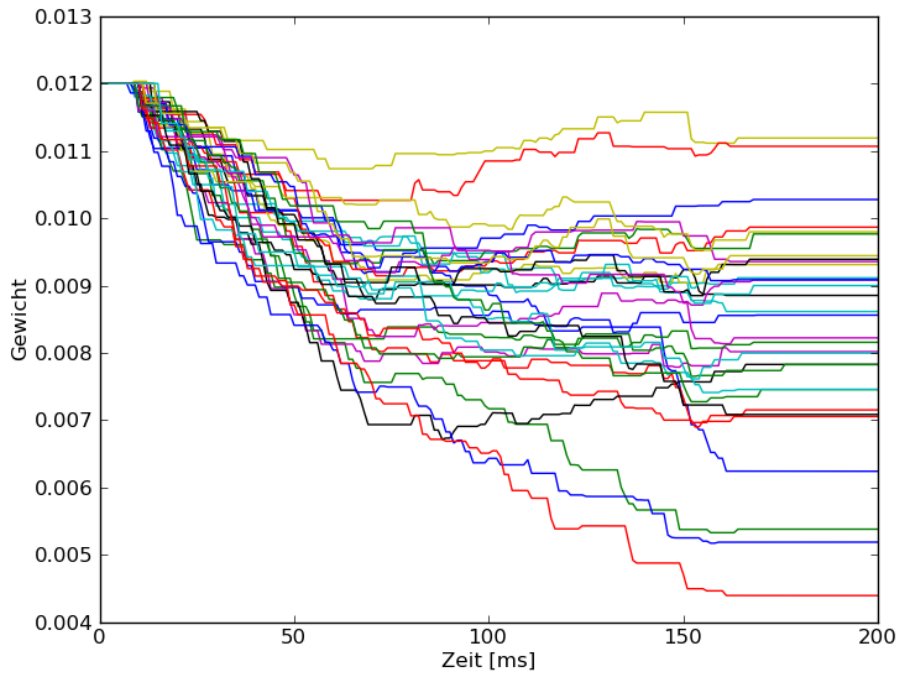


Abbildung 6: Auswirkungen zu hoher Anfangsgewichte bei einer Eingangsfrequenz von 800 Hz

Frequenz [Hz]	800	1000	2000
w_{start}	0.0085	0.0068	0.0040

Tabelle 1: Passendste Parameter für w_{start} bei verschiedenen Frequenzen

ergeben sich die gleichen Optimalgewichte. Die Verwendung einer geringeren Synapsenzahl ist hier also ohne Einschränkung der Vergleichbarkeit möglich.

Auswirkungen veränderter Anfangsgewichte

Der Wertebereich für verwendbare w_{start} ist relativ klein: Bei zu klein gewählten w_{start} ist die Feuerrate R zu klein, es wird nur sehr langsam gelernt. Die Auswirkungen von zu groß gewählten Anfangsgewichten bei einer Frequenz von 800 Hz sind in Abb. 6 dargestellt.

Das postsynaptische Neuron feuert dabei zunächst mit sehr hohen Raten, weshalb zunächst alle synaptischen Gewichte abgeschwächt werden. Dadurch wird wiederum der Stimulus auf das postsynaptische Neuron geringer und es stellen sich kleinere Feuerraten ein. Vergleicht man diesen Bereich in Abb. 6 mit dem in Tab. 1 bestimmten w_{start} für 800 Hz, so zeigt sich, dass sich das System auch bei zu hoch gewählten Startgewichten wieder auf die als am passendsten befundenen Werte einpendelt, welche das Lernen begünstigen.

4 Exemplarische Simulationen mit dem hardwarenahen Modell

Es wird das Lernverhalten des postsynaptischen Neurons bei Eingangsfrequenzen von 800, 1000 und 2000 Hz simuliert. Für jede Simulation werden dabei andere, zufällige Werte für die bevorzugten Phasen φ_n aus der Gaußverteilung der Latenzen mit Mittelwert μ und Standardabweichung σ_μ gezogen. Ebenfalls werden um die jeweilige Vorzugsphase φ_n jedes präsynaptischen Neurons herum andere Feuerzeiten generiert, die aus der Gaußverteilung mit Mittelwert φ_n und Standardabweichung σ_φ

Frequenz f [Hz]	800	1000	2000
Anzahl Synapsen N	256	256	256
Mittlere Latenz μ [ms]	2.5	2.5	2.5
Standardabweichung der Latenz σ_μ [ms]	0.3	0.3	0.3
Membranzeitkonstante τ_m [ms]	0.1	0.1	0.1
Zeitkonstante Potenzierung τ_+ [ms]	0.5	0.5	0.5
Zeitkonstante Depression τ_- [ms]	0.5	0.5	0.5
Startgewicht w_{start}	0.0085	0.0068	0.0040
Minimalgewicht w_{min}	0.0	0.0	0.0
Maximalgewicht w_{max}	0.0255	0.0204	0.012
Maximum Lernkurve A_+	0.00255	0.00204	0.0012
Minimum Lernkurve A_-	0.0042	0.00340	0.0020
Anzahl aktiver Synapsen pro Periode	80	80	80
Refraktärzeit τ_{refrac} [ms]	0.05	0.05	0.05
Zeitliche Auflösung der Simulation t_{res} [ms]	0.01	0.01	0.01

Tabelle 2: Für die Simulationen verwendete Parameter. Blaue Werte sind der veränderten Synapsenzahl angepasst.

stammen.

Zunächst werden Parameter wie in [1] verwendet und lediglich die im vorangegangenen Absatz geschilderten Anpassungen auf die Hardwareeigenschaften vorgenommen. Um die Ergebnisse zu verbessern, werden anschließend außerdem Simulationen mit verändertem Lernfenster durchgeführt. Anschließend werden die Simulationen mit den Parametern wie in [1] für 40fach erhöhte Zeitkonstanten durchgeführt, um zu demonstrieren, dass eine Veränderung der Zeitkonstanten keinen Einfluss auf das Ergebnis hat, weshalb die Zeitkonstanten in einem für die Hardware passenden Bereich gewählt werden können.

Parameterwahl wie in [1]

Die für die Simulationen verwendeten Parameter sind in Tabelle Tab. 2 gelistet.

Schwarze Parameter sind hierbei aus [1] übernommen, Blaue sind der veränderten Synapsenzahl angepasst. Die Simulationszeit beträgt jeweils 10 s. Die Relationen zwischen den Gewichtsparametern sind die gleichen wie in [1]. Bei einem Startgewicht w_{start} ist

$$\begin{aligned}
 w_{max} &= 3 w_{start} \\
 A_+ &= 0.3 w_{start} \\
 A_- &= 0.5 w_{start}
 \end{aligned}$$

Es wird hier außerdem eine absolute Refraktärzeit des postsynaptischen Neurons eingeführt, um bei starkem Stimulus mehrere Spikes hintereinander (Bursting) zu vermeiden, da hierdurch das Lernen erschwert werden kann. In der Originalpublikation [1] wird beim postsynaptischen Neuron keine Refraktärzeit erwähnt.

In Abb. 7 und Abb. 9 sind die Latenzverteilungen zu denjenigen Synapsen aufgeführt, die den Lernprozess überlebt haben. Kriterium hierfür ist, dass sie nach dem Lernen ein höheres Gewicht als das Anfangsgewicht w_{start} haben.

Aus der ursprünglichen breiten Gaußverteilung (Beispiel in Abb. 2) haben diejenigen Synapsen überlebt, deren zugehörige Latenzen - und damit deren bevorzugte Phase - einen Abstand von einer oder mehr Periodendauern des Eingangssignals haben. Bei 800 Hz ist dabei nur eine Spitze zu sehen, da die ursprüngliche Verteilung nicht breit genug war, um auch Latenzen mit einer Periodendauer ($\pm T = \pm 1,25$ ms) Abstand vom Maximum der Verteilung abzudecken. Bei 1000 Hz sind mehrere Spitzen im Abstand von etwa einer Periodendauer $T = 1$ ms zu erkennen.

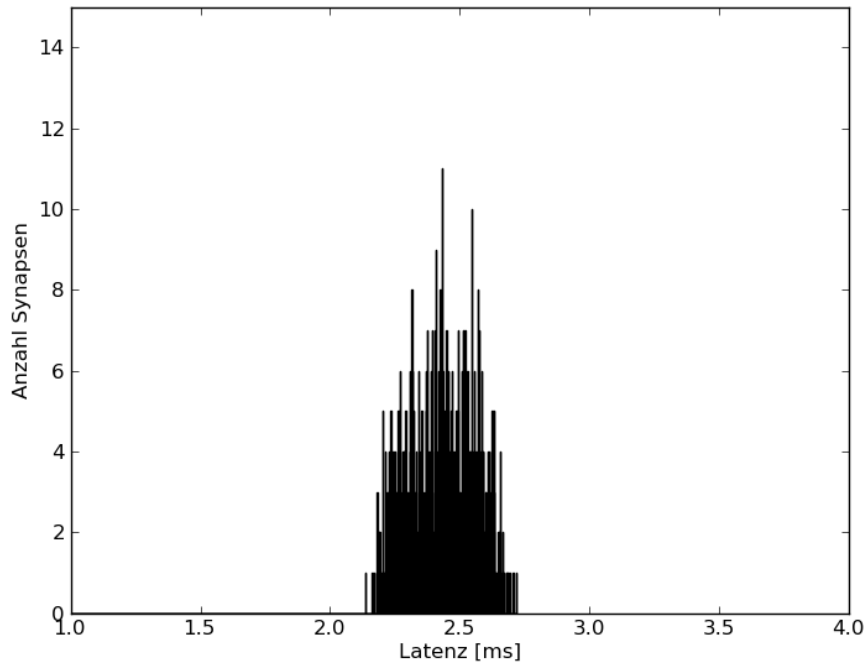


Abbildung 7: Latenzverteilung nach 10 s Lernen bei 800 Hz

Auch in der Verteilung der postsynaptischen Spikes bilden sich in Abb. 8 und Abb. 10 jeweils deutliche Spitzen aus, das postsynaptische Neuron feuert zu einer bevorzugten Phase mit einer VS von $v = 0.76$ bei 800 Hz beziehungsweise $v = 0.61$ bei 1 kHz. Bei der Frequenz 1 kHz ist die Verteilung der Feuerzeiten dabei sichtlich breiter. In Abb. 8, Abb. 10 und Abb. 12 sind die postsynaptischen Spikes relativ zur Phase des Eingangssignals gezeigt. Der Wertebereich der Abszisse entspricht dabei jeweils einer Periodendauer T des Eingangssignals.

Die Grafiken in Abb. 7, Abb. 8, Abb. 9 und Abb. 10 sind die aufakkumulierten Ergebnisse aus jeweils sechs unabhängigen Simulationen mit einer Dauer von je 10 s.

Bei der höheren Frequenz von 1 kHz tritt das Problem auf, dass im zeitlichen Verlauf die Feuerrate des postsynaptischen Neurons immer geringer wird. Abb. 11 macht dies deutlich: Hier ist über 10 s zu jedem Zeitpunkt t der Simulation die durchschnittliche Feuerrate, die anhand der bisherigen Feuerzeiten t_{spike} für $0 < t_{spike} < t$ berechnet wurde, aufgetragen. Mit fortlaufender Zeit sinkt diese stark ab und es kommt nur noch zu wenigen Spikes in großen zeitlichen Abständen von bis zu 1000 ms. Der Wert der VS ist daher nach oben hin begrenzt, da bei solch kleinen Feuerraten auch mit deutlich längeren Simulationszeiten kein besserer Lerneffekt erzielt werden kann. Die höchsten erreichten VS-Werte für 1 kHz waren stets im Bereich von etwa 0.65, auch bei längeren Simulationszeiten von 30 s.

Bei 2000 Hz sinkt die Feuerrate noch schneller und es findet kein erkennbares Phase-Locking statt. In Abb. 12 sind die Feuerzeiten des postsynaptischen Neurons für diese Frequenz abgebildet, es ist in diesem Fall nur eine Messung gezeigt. Man erkennt kein ausgeprägtes Maximum, die VS ist mit 0.17 aufgrund der geringen Anzahl an Spikes nicht aussagekräftig.

Auch durch eine Erhöhung des Stimulus (durch Erhöhung der Startgewichte) kann das Ergebnis nicht verbessert werden. Wie in Abb. 6 gezeigt, würden sich die synaptischen Gewichte nur auf die ohnehin schon verwendeten Startgewichte einpendeln und schließlich zum gleichen Ergebnis führen.

Bezüglich dieser Ergebnisse gibt es einige Unstimmigkeiten. Es werden zwar etwa die richtigen Synapsen durch den Lernprozess ausgewählt, das Gewicht dieser Synapsen hat sich aber noch nicht

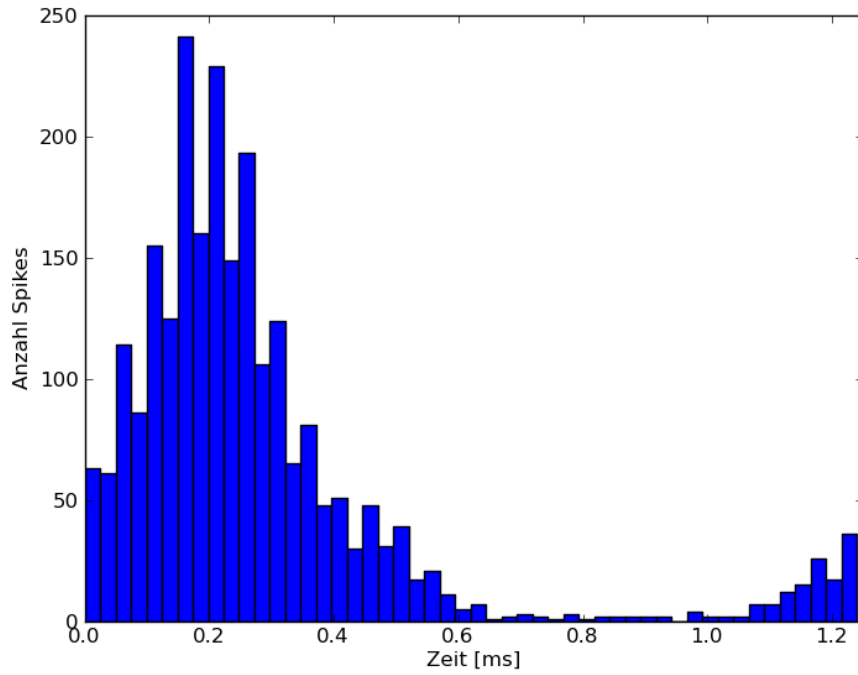


Abbildung 8: Postsynaptische Spikes bei 800 Hz. Die VS beträgt $v = 0.76$.

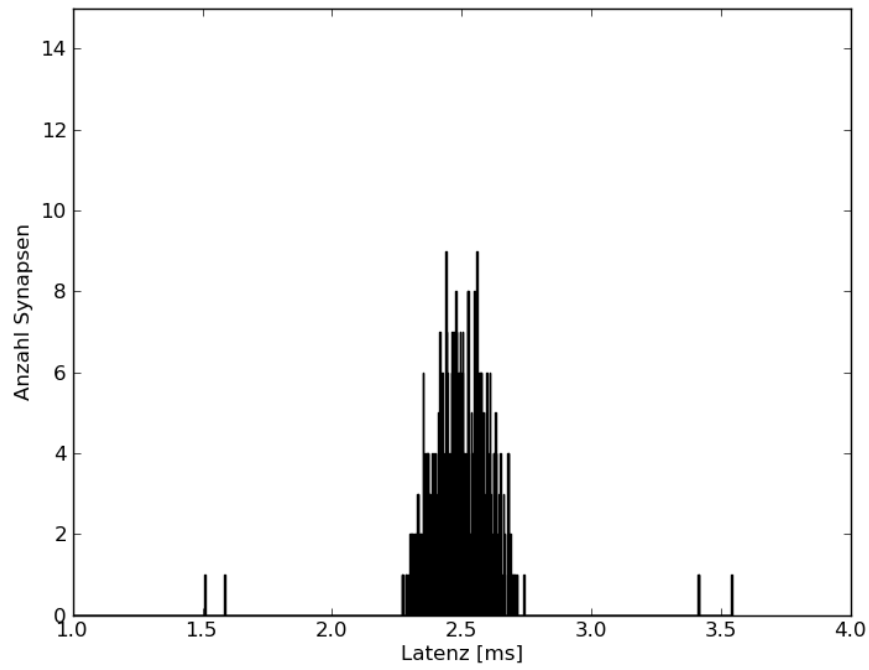


Abbildung 9: Latenzverteilung nach 10 s Lernen bei 1 kHz

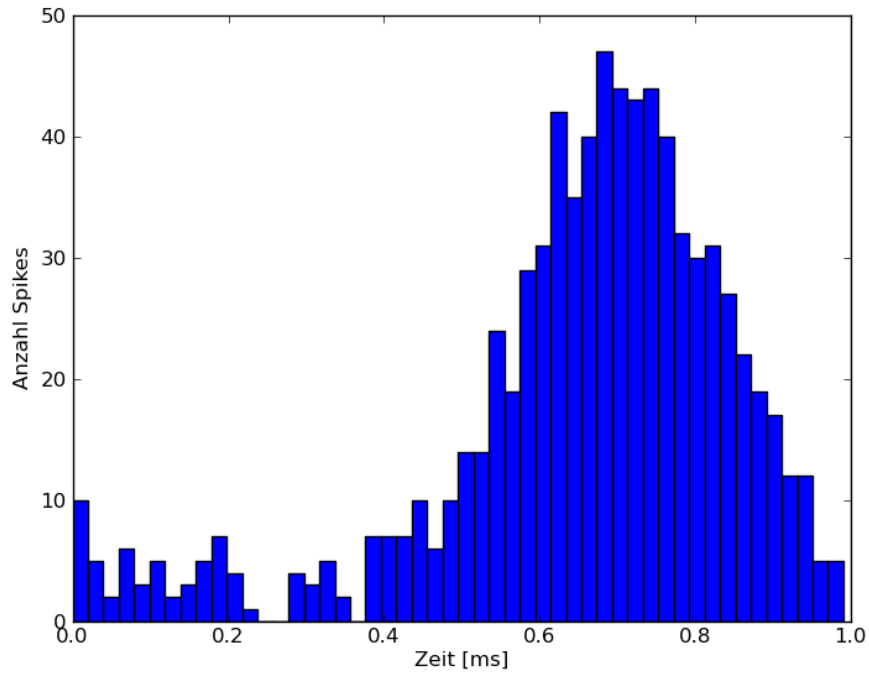


Abbildung 10: Postsynaptische Spikes bei 1 kHz. Die VS beträgt $v = 0.61$.

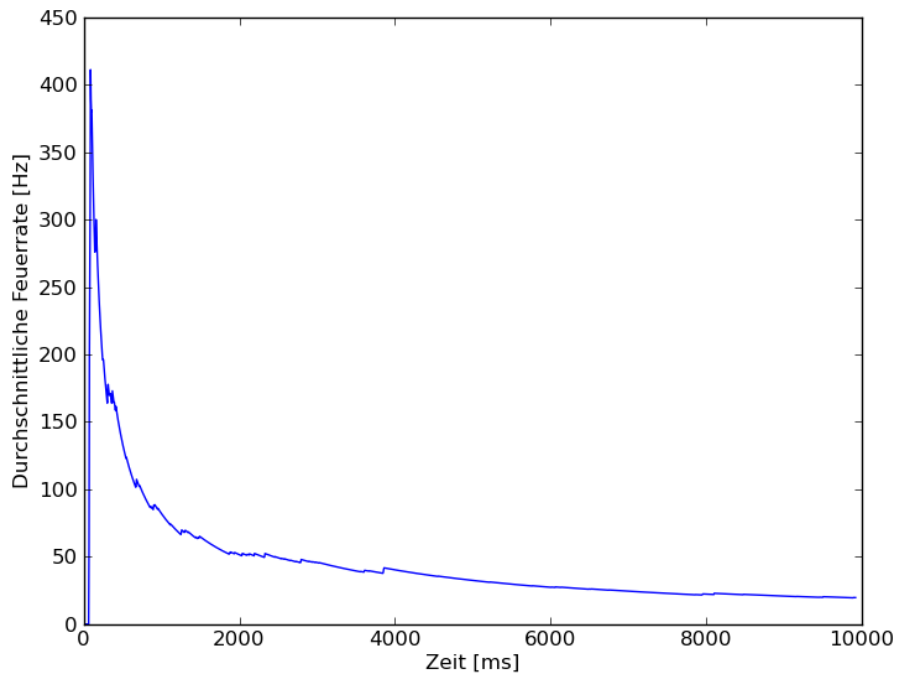


Abbildung 11: Zeitliche Entwicklung der mittleren Feuerrate bei 1 kHz über 10 s Simulationsdauer

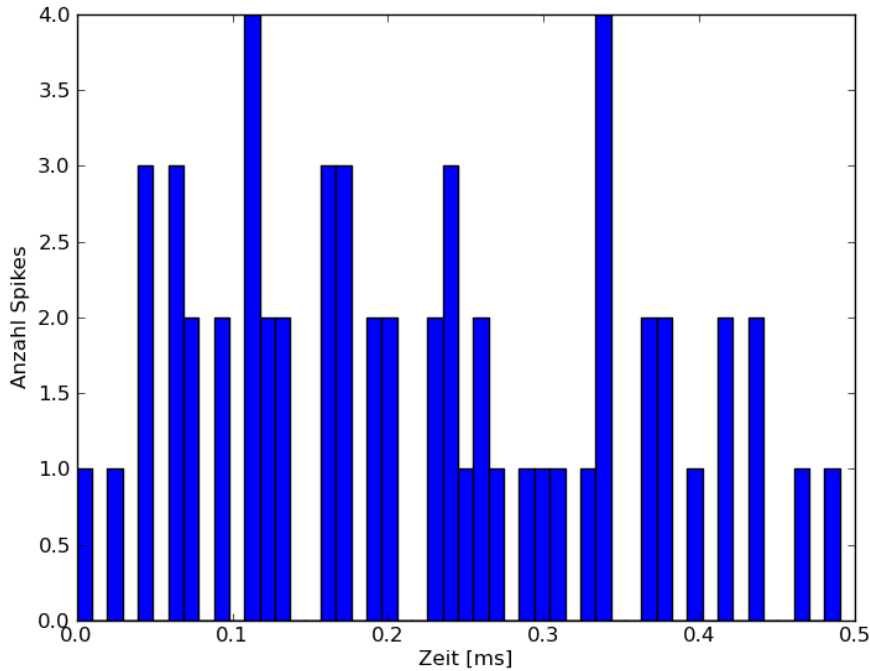


Abbildung 12: Postsynaptische Spikes bei 2 kHz. Die VS beträgt $v = 0.17$.

bis zum Maximalgewicht w_{max} entwickelt. Genausowenig haben die Synapsen, die den Lernprozess nicht überlebt haben, das Minimalgewicht w_{min} erreicht (siehe Abb. 13).

Auch mit deutlich längeren Simulationszeiten konnte keine Verbesserung erreicht werden, da die Feuerrate im Laufe des Lernprozesses immer weiter abnahm (siehe Abb. 11).

Durch eine passende Wahl des Lernfensters sollten sich dagegen die synaptischen Gewichte so entwickeln, dass eine Art Verstärkungseffekt eintritt - die starken Synapsen werden maximal verstärkt, die ohnehin schwachen weiter abgeschwächt. Das passiert in geringem Maße, es sollte jedoch eine deutlichere Aufspaltung in schwache und starke Synapsen stattfinden, die nach dem Lernprozess den Bereich um das jeweilige Mindest- bzw. Maximalgewicht erreicht haben.

Offenbar ist die Lernrate nicht so hoch wie gewünscht. Eine Untersuchung der Auswirkungen der jeweiligen Eingangsparameter legt nahe, dass für die hier beobachtbare Selektion von Synapsen hauptsächlich die gaußverteilten Phasen der präsynaptischen Spikes verantwortlich sind. Mit dem Mittelwert der Gaußverteilung μ , in welchem Bereich die meisten präsynaptischen Neuronen feuern, ist bereits eine bevorzugte Phase vorgegeben. Bei passenden synaptischen Gewichten ist die Wahrscheinlichkeit, genug Stimulus für einen postsynaptischen Spike zu erzeugen damit zu der Zeit am größten, zu der die meisten präsynaptischen Neuronen feuern, sprich dem Maximum der Phasenverteilung.

Ein gewisses Maß an Phase-Locking kann also allein mittels des regelmäßigen Inputs erzeugt werden. Je weniger sich dabei die präsynaptischen Spikes aus verschiedenen Perioden überschneiden, desto mehr Einfluss haben die präsynaptischen Neuronen mit bevorzugten Phasen im Bereich des Maximums der Phasenverteilung.

In Abb. 3 ist gut zu sehen, dass sich die Feuerzeiten bei 2000 Hz zwischen verschiedenen Perioden deutlich überschneiden. Bei 1000 und 800 Hz fällt diese Überschneidung immer geringer aus.

Dementsprechend "sieht" das postsynaptische Neuron bei 2000 Hz ein viel verrauschteres Signal und keine abgegrenzten gaußverteilten Stimuli. Da die Lernrate nicht hoch genug ist, um aus diesem Rauschen die richtigen Synapsen auszuwählen, kommt nur ein geringes Maß an Phase-Locking zustande, das wegen der geringen Feuerraten auch mit längeren Simulationszeiten nicht verbessert werden

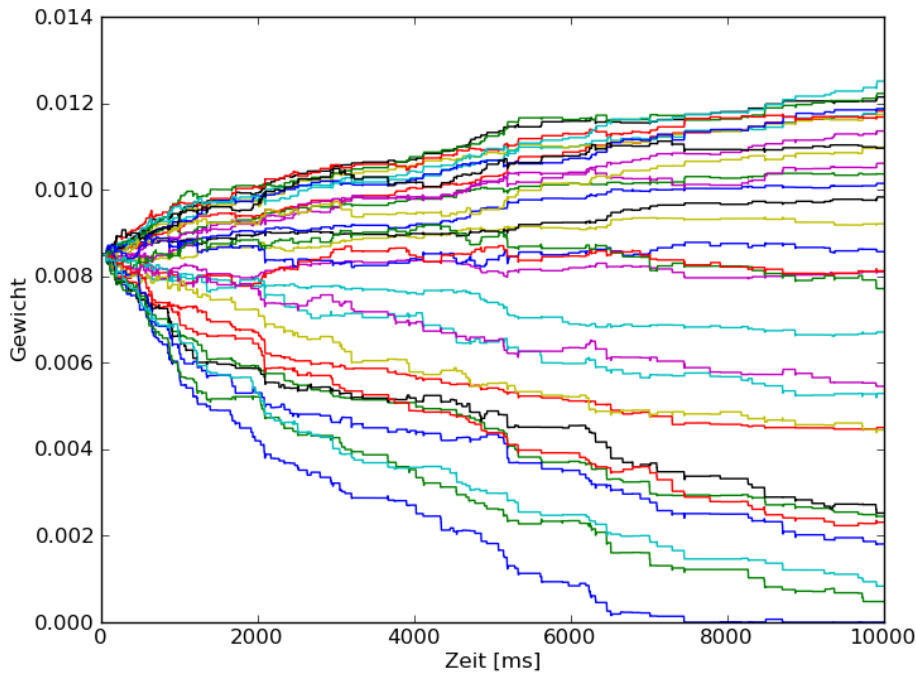


Abbildung 13: Entwicklung der synaptischen Gewichte von 30 Synapsen über 10 s bei 800 Hz

kann.

Ergebnisse für ein verändertes Lernfenster

Gemäß [1] ist für effizientes Lernen weniger die Form des Lernfensters entscheidend, als vielmehr die zeitliche Relation zwischen der Verstärkung und der Abschwächung von synaptischen Gewichten.

In der spike-basierten Lernregel aus [3] werden dagegen präsynaptische Neuronen, die kurz nach dem postsynaptischen Neuron feuern, maximal abgeschwächt. Die Synchronisation des postsynaptischen Neurons mit dem eingehenden Stimulus unterliegt aber einer gewissen Schwankung, zum Beispiel weil in jeder Periode unterschiedliche Synapsen aktiv sind - mit leicht unterschiedlichen bevorzugten Phasen. Feuert das postsynaptische Neuron einmal etwas früher, so werden die eigentlich starken Synapsen der präsynaptischen Neuronen, die etwas später feuern maximal abgeschwächt. Auf diese Weise werden immer mehr Synapsen abgeschwächt, deren Latenzen sich eigentlich im gewünschten Bereich bewegen, die Verteilung der Latenzen zu den übrigbleibenden Synapsen verlagert sich also tendenziell nach links, hin zu geringeren Latenzen.

Das in [1] (siehe Abb. 4 verwendete Lernfenster bietet dagegen etwas mehr Toleranz bezüglich des Abstandes der Spikezeiten von prä- und postsynaptischem Neuron und verstärkt auch Synapsen von kurz nach dem postsynaptischen Neuron feuernden Neuronen, da das Maximum des Lernfensters hier beim negativen Wert $s = -\tau_s/2$ liegt, wobei τ_s die synaptische Zeitkonstante ist. Auf diese Weise tritt der gewünschte selbstverstärkende Effekt auf, wobei starke Synapsen immer stärker verstärkt werden und schwache immer schwächer.

Da das Ziel des Lernvorgangs ist, aus relativ großem Rauschen die richtigen Synapsen auszuwählen, vor allem bei Frequenzen, deren Periodendauer größenordnungsmäßig im Bereich der Membranzeitkonstante liegen, soll überprüft werden, ob eine Veränderung des Lernfensters auch bei höheren Frequenzen die gewünschten Ergebnisse liefert, selbst wenn die Wahl unterschiedlicher Zeitkonstanten für Verstärkung und Abschwächung der Synapsen auf der Hardware nicht möglich ist.

Zu diesem Zweck wird die höchste untersuchte Frequenz, 2000 Hz, ausgewählt und die Zeitkonstante

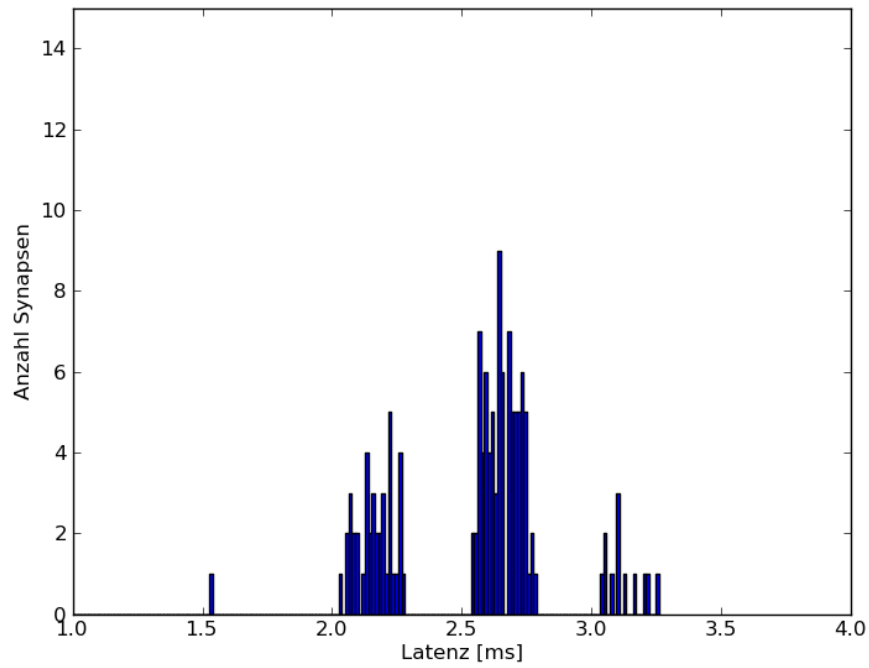


Abbildung 14: Latenzverteilung nach 20 s Lernen mit $\tau_- = 0.7\tau_+$ bei 2000 Hz

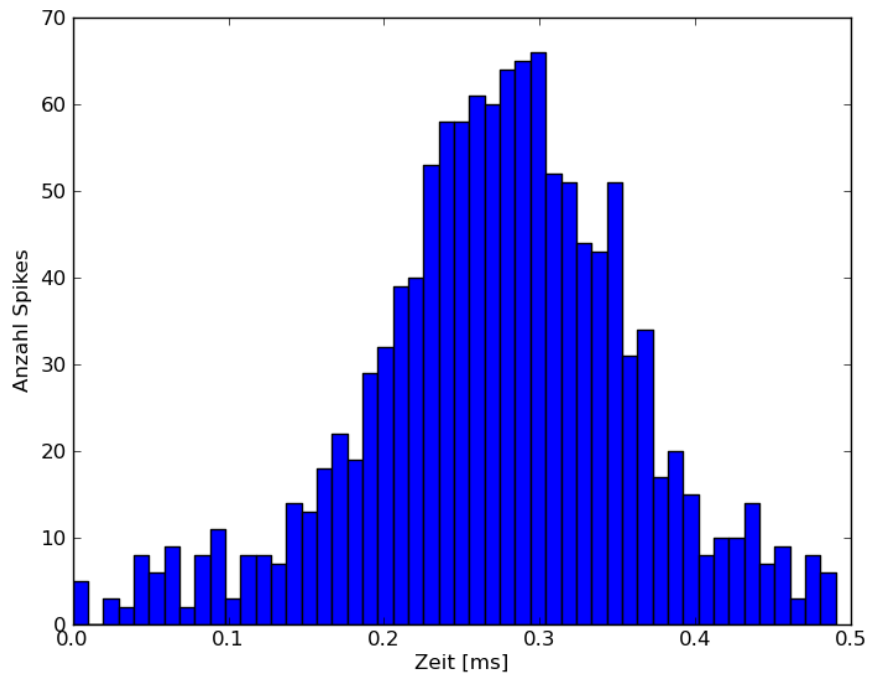


Abbildung 15: Postsynaptische Spikes bei 2 kHz mit $\tau_- = 0.7\tau_+$. Die VS beträgt $v = 0.56$.

Frequenz f [Hz]	20
Anzahl Synapsen N	256
Mittlere Latenz μ [ms]	100
Standardabweichung der Latenz σ_μ [ms]	12
Membranzeitkonstante τ_m [ms]	4.0
Zeitkonstante Facilitation τ_+ [ms]	20.0
Zeitkonstante Depression τ_- [ms]	20.0
Startgewicht w_{start}	0.0085
Minimalgewicht w_{min}	0.0
Maximalgewicht w_{max}	0.0255
Maximum Lernkurve A_+	0.00255
Minimum Lernkurve A_-	0.0042
Anzahl aktiver Synapsen pro Periode	80
Zeitliche Auflösung der Simulation t_{res} [ms]	0.1

Tabelle 3: Verwendete Parameter bei 40fach größeren Zeitkonstanten im Vergleich zur Simulation bei 800 Hz. Die Simulationsdauer beträgt 400 s.

für die Abschwächung der Synapsen, τ_- verringert von $\tau_- = 0.5$ ms auf das 0.7-fache, $\tau_- = 0.35$ ms, womit eine geringfügige Änderung des Lernfensters entsteht. Der Änderungsfaktor ist dabei willkürlich gewählt, aber so, dass τ_- noch größer als die Membranzeitkonstante τ_m ist.

In Abb. 14 und Abb. 15 sind erneut Ergebnisse für 2000 Hz nach 20 s Lernzeit bei gleichen Parametern wie in Tabelle Tab. 2 gezeigt, allerdings mit wie beschrieben verändertem τ_- .

Die Auswirkungen dieser Änderung sind sofort ersichtlich: Die Latenzverteilung nach dem Lernen besteht aus scharfen Spitzen im Abstand der Periodendauer des Eingangssignals, $T = 0.5$ ms, die VS der postsynaptischen Spikes beträgt 0.56 Das postsynaptische Neuron zeigt außerdem ein deutlich regelmäßigeres Feuerverhalten als es vorher der Fall war.

Offenbar ist also, um auch bei hohen Frequenzen mit weniger klar zeitlich getrennten Stimuli der präsynaptischen Neuronen gutes Phase-Locking zu erzeugen, eine Veränderung des Lernfensters notwendig. Bis hin zu Frequenzen um die 1000 Hz ist dabei noch erkennbares Phaselocking ohne Veränderung des Lernfensters erzielbar (VS bis zu 0.65), bei größeren Frequenzen ist das nicht mehr möglich.

Ergebnisse für veränderte zeitliche Skalierung

Der Bereich für die Zeitkonstanten τ_+ und τ_- unterliegt auf der Hardware gewissen Grenzen. Um die Simulationen auf die Hardware zu übertragen soll hier gezeigt werden, dass eine Vergrößerung dieser Zeitkonstanten keine Auswirkung auf das Ergebnis der Simulation hat, außer dass die Zeitachse anders skaliert wird. Im Zuge der Vergrößerung der Zeitkonstanten mussten dazu Zeitkonstanten, Latenzen und Eingangsfrequenz mit dem selben Faktor skaliert werden, wobei die Frequenz mit dem reziproken Faktor multipliziert wurde.

Es werden die Parameter für 800 Hz auf die in Tab. 3 rot gekennzeichneten Parameter reskaliert. Dabei werden die Zeitkonstanten um das 40fache vergrößert, um im Bereich der nativen Zeitkonstanten τ_+ bzw. τ_- zu liegen. Schwarze Parameter sind gegenüber denen in Tab. 2 nicht verändert.

Wie erwartet, wird die Simulation dadurch zeitlich anders skaliert, liefert aber sonst die gleichen Ergebnisse wie die Simulation bei 800 Hz: es bleibt eine Spitze in der Latenzverteilung übrig, die erreichte VS bewegt sich im Bereich von 0.75. Die Verlagerung der überlebenden Synapsen nach links hin zu kleineren Latenzen ist gut zu sehen (Abb. 16, Abb. 17).

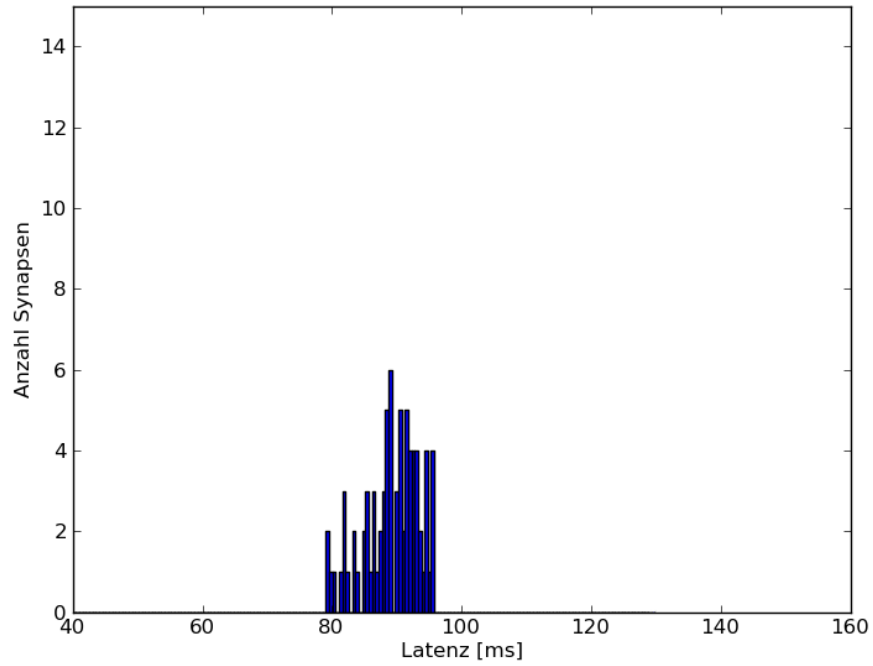


Abbildung 16: Latenzverteilung nach 400 s Lernen mit 40mal größeren Zeitkonstanten als in Tab. 2. Die ursprüngliche Latenzverteilung hat den Mittelwert $\mu = 100$ ms mit einer Standardabweichung von $\sigma_\mu = 12$ ms.

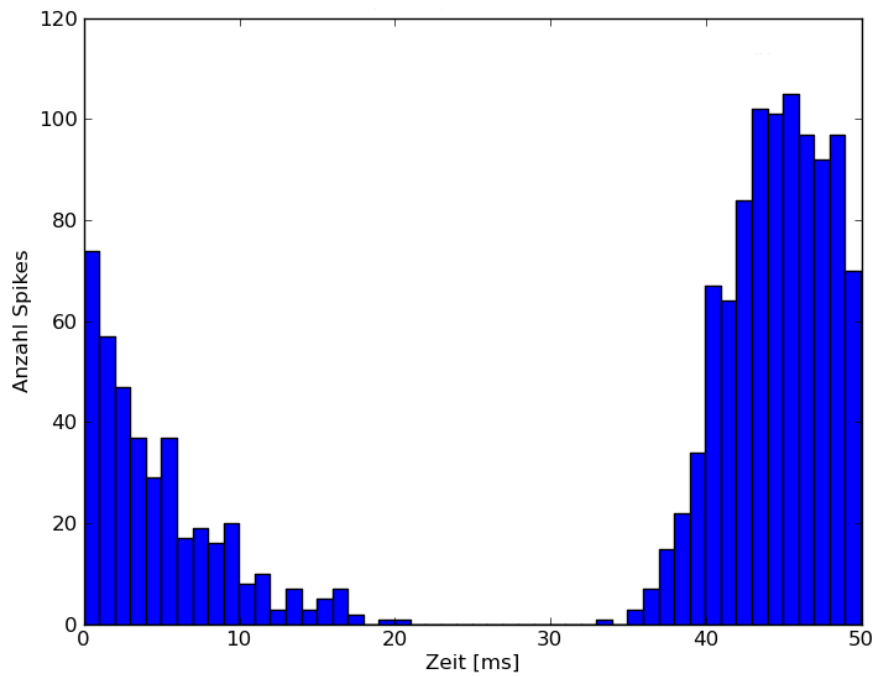


Abbildung 17: Postsynaptische Spikes bei erhöhten Zeitkonstanten. Die VS beträgt $v = 0.77$.

5 Ausblick

In der anschließenden Bachelorarbeit sollen die hier durchgeführten Simulationen auf die Hardware übertragen werden. Dazu müssen verschiedene Anpassungen durchgeführt werden. Wie im vorangegangenen Abschnitt müssen dafür die Zeitkonstanten auf die Möglichkeiten der Hardware angepasst werden. Da sich die Startgewichte nicht beliebig genau einstellen lassen, werden die Startgewichte um w_{start} herum verrauscht. Die Zeitkonstanten τ_+ und τ_- können nicht unterschiedlich gewählt und somit die Form des Lernfensters wenig beeinflusst werden. Um trotzdem die interessanteren höheren Frequenzen untersuchen zu können, wird möglicherweise ein weiterer Stimulus nötig sein, der dafür sorgt, dass das postsynaptische Neuron auch bei geringen Gewichten der Synapsen noch ein regelmäßiges Feuerverhalten zeigt, so dass der Effekt in Abb. 11 kompensiert werden kann.

Literatur

- [1] Gerstner W, Kempter R, van Hemmen JL, Wagner H. 1996. A neuronal learning rule for sub-millisecond temporal coding. *Nature* 383:76-81
- [2] Gerstner W, Kistler WM. 2002. Spiking Neuron Models
- [3] Morrison A, Diesman M, Gerstner W. 2008. Phenomenological models of synaptic plasticity based on spike timing. *Biological Cybernetics* 98:459-478